

算数文章題の類推的問題解決における目標の役割

山崎 晃 男

The role of goal in solving arithmetic word problems by analogy

Teruo Yamasaki

抄録:本研究では、類推による算数文章題の解決に及ぼす目標の効果が検討された。一般的に、1つの問題には様々な目標が含まれる。本研究では、問題解決過程において求められる1つの問題状態が目標であった。実験1では、被験者は12の算数文章題によって作られる全ての対について類似性判断をするよう求められた。多次元尺度法によって、算数文章題の主題と目標という2つの次元が示唆された。実験2、3では、被験者はベース領域として例題を与えられた後、ターゲットとなる算数文章題を解くよう求められた。結果として、ベース・ターゲット問題が同じ目標を持つときに、ターゲット問題の解決が促進された。結論として、目標は算数文章題の類似性判断過程とターゲットとなる算数文章題解決のためにアナログを使用する過程の両方に効果を及ぼした。

索引語: 目標, 算数文章題, 類推, 問題解決, 類似性判断

Abstract: The present study investigated the effects of goal on solving arithmetic word problems by analogy. Generally speaking, each problem involves various goals. In the present study, goal was a particular problem state which had to be found in the problem solving process. In Experiment 1, subjects were required to make similarity judgments for all possible pairs of 12 arithmetic word problems. Multidimensional Scaling suggested two dimensions: topics and goal of arithmetic word problems. In Experiment 2 and 3, subjects were required to solve a target arithmetic word problem after receiving example problems as base domain. As a result, when base and target problems shared the same goal, it was facilitated to solve a target problem. Consequently, goal affected both processes of similarity judgment for arithmetic word problems and the use of analogue for solving a target arithmetic word problem.

Key words: goal, arithmetic word problem, analogy, problem solving, similarity judgment

はじめに

我々は、新奇な問題（ターゲット領域）に対して、それと類似した既知の問題に関する知識（ベース領域）を当てはめること、すなわち類推によってその問題を解決しようとするものがしばしばある。鈴木・村山（1991）や山崎（1995）が指摘するように、我々が未知の事象に出会うとき、それが属する領域に関して十分な知識を有していないことが普通である。そうした場合、未知の事象についての知識表象を形成するためには既存の別領域の知識を利用することが必要となる。すなわち類推は、学習場面で我々が日常的におこなっている、最も基本的な認知過程ともいえるのである。

ところで、筆者はこれまで、Dunker（1945）の「放射線問題」とその構造的類似問題（それらに共通する解法から、以後それらをまとめて「収束問題」と呼ぶことにする）を取り上げて、類推的問題解決において目標が重要な役割を果たすことを明らかにしてきた（山崎，1992；太田・山崎，1995）。そこでは、解決状態としての目標（山崎，1992）あるいはプラグマティックな枠組みとしての目標（太田・山崎，1995）がベース・ターゲット間で一致していることが、ターゲット領域の類推的解決を促進するとの結果が得られている。確かに、知識領域における命題構造の決定そのものが、形式的なアプローチによって一義的になされるのではなく何らかの意味的处理を必要とする（Johnson-Laird, 1989）のであれば、2つの知識領域の命題構造間の類似を基礎として機能する類推において、目標という要因が重大な役割を果たすのは決して不思議なことではないだろう。

本研究では、「収束問題」に比べてより厳密な構造をもつ算数文章題を課題として、類推的問題解決に及ぼす目標の効果を検討する。

算数文章題を題材とした類推的問題解決の研究は数多くある。これらの研究では、一般に類推はベース・ターゲット間の主題の類似に大きく影響され、たとえベース・ターゲット間で構造的特徴が同じであっても主題が異なれば類推の生起が阻害されるという結果が多く報告されている（e.g., Ross, 1987; Novick, 1988; Reed, 1989; Novick & Holyoak, 1991; Cummins, 1992）。ここでの構造的特徴とは、文章題を立式した場合の数学的構造を指す。また、主題とは、その文章題が具体的にどのような対象物に関する文章題であるか、言い換えると式の変数にどのような対象物が対応しているかを指す。類推的問題解決の文脈では、類推を保証するための構造的な同型性が重視されるため、算数文章題を課題とした研究においても、数学的構造が同型である問題間での類推が扱われることが多い。しかし、数学においては、式の若干の変換や追加・削除をすることでターゲット問題と同型になるような問題は、潜在的には類推のベース領域として充分機能しうると考えられる。先行研究においても、Reed et al.（1985）では、式の追加を必要とするターゲット問題への類推に比較すれば、式の削除を必要とするターゲット問題への類推が生じやすいという結果が得られ、また Cummins（1992）では、複数のベース領域を呈示するといった手続きによって解決スキーマを充分発達させておけば、変数の数を増やしたターゲット問題への類推が生じるという結果が得られている。本研究でも、構造的に同型

の問題間の類推だけでなく、構造的に類似した問題間の類推を取り上げることにする。

さて、本研究では、上で式の変換として述べた構造的な類似性を、目標という視点から捉え直してみたい。例えば、「速度×時間＝距離」という立式によって距離を求めるという問題と「距離÷速度＝時間」という立式によって時間を求めるという問題を考えてみる。両者は、互いに変換可能であるという意味で、構造的に類似した問題である。同時に両者は、「速度と時間と距離の関係」を用いて「距離」を求めることが目標である問題と同様の関係を用いて「時間」を求めることが目標である問題という意味で、同じ数学的関係を基礎としながら目標が異なる問題と考えることもできる。既に述べたように、同型の問題間であっても主題が異なれば類推的問題解決は困難になる。このことは、算数文章題の解決者にとって、単に数学的構造のみに依存して問題を解決することが困難であることを示している。そうであれば、「速度×時間＝距離」と「距離÷速度＝時間」の違いについても、単なる抽象的な数学的変換上の違いとして捉えるよりは、「速度と時間と距離の関係」をどのような目標の下で用いるかの違いとして捉える方が、解決者が実際におこなっている解決過程の実状により合致しているのではないだろうか。このように考えれば、目標が何であるかによってどのような式を用いなければならないかが決まるという意味で、目標が構造を規定するとも言えるだろう。

本研究では、上記のような問題意識にたつて、目標や主題、変数の数の点で異なっている様々な文章題間での類似性の認知をまず取り上げ、問題解決という視点を与えた場合、被験者がどのような観点から文章題の類似性を認知しているかを明らかにする（実験1）。次に、問題解決において、被験者が目標や変数の数の異なる問題間で類推を利用して実際に問題解決をおこなうことができるかどうかを検討する（実験2, 3）。

実験1

目的

一般に類推的問題解決は、以下の4つの下位過程に分けられる。(1) ベース領域とターゲット領域の表象形成、(2) ベース領域の検索、(3) ベース・ターゲット両領域間での写像、(4) ターゲット領域での写像の適用 (e.g., Holyoak, 1985)。このうち、1つめの過程は、特に類推に限らず、知識表象の形成として広く問題とされる過程であるので、類推特有の過程としては2つめのベース領域の検索から始まると考えることもできる。実験1では、このベース領域の検索に関わる問題として、算数文章題の類似性認知について取り上げる。

本研究では、「速度と時間と距離の関係」を基本的関係とする、いわゆる「旅人算」の中でも特に、異なった速度をもつ2つの対象物のうちの一方が他方を追いかけるという「追いかけ算」を課題として取り上げる。それゆえ基本的関係をより詳しくいえば、「速度差と時間と距離の関係」ということになる。ただし、主題の効果をみるために、通常は「時計算」に分類される時計（の針）を主題とする問題も使用した。主題以外に設けた要因は、

目標と変数の数の2つである。目標は、前節で述べたように基本的関係を用いてどの項を導出しなければならないかに関わる要因である（ただし、後述するように実験3では、導出しなければならない項が、基本的関係中の項か基本的関係とは無関係な項かによってこの要因を操作した）。変数の数は、問題中の速度をもつ対象物の長さを変数として扱わなければならないかどうかという変数である。移動する対象物が長さをもつ場合、その問題は通常「通過算」に分類される。しかし、「旅人算」「時計算」「通過算」は、その名前に象徴されるように主題に基づく分類であり、少なくともここで扱った問題に関しては、速度をもつ2つの対象物の移動に関する問題という意味で、全問題が類似した構造をもっている。

実験1では、こうした3つの要因の操作によって作成した文章題を2つずつ対にして被験者に呈示し、類似性を評定させた。被験者の文章題の類似性認知に、この3つの要因がどのように関係しているかをみるのがここでの目的である。

方 法

被験者：看護学校生44名（男性2名，女性42名）。平均年齢19.2歳。

材料：主題の操作として、「列車」に関する問題、「自動車」に関する問題、「時計」に関する問題の3種類を作成した。そのそれぞれに、目標の操作として、最終的な解決に至るために、「速度差と時間と距離の関係」を用いて「時間」を求める必要がある問題と「距離」を求める必要がある問題の2種類を設け、更に変数の数の操作として速度をもつ対象物の長さを考慮しなければならない問題とその必要のない問題の2種類を設けた。結局、12種類の問題を作成、使用したことになる（別表1参照）。なお、主題が「自動車」で「速度差と時間と距離の関係」を用いて「時間」を求めなければならない、「長さ」を変数として含む問題を「自動車／時間／長さ」問題、主題が「時計」で「速度差と時間と距離の関係」を用いて「距離」を求めなければならない、「長さ」を変数として含まない問題を「時計／距離／点」問題というように、以後各問題を要因操作の点から略記することとする。

手続き：12種類の問題から2つずつを対にすると66対できるが、それらを1ページに8〜9対並べた小冊子を作成した。ただし、1つの小冊子に含まれるのは半分の33対とし、そこに含まれる対の種類および対の順番に関してはランダム化した。被験者に小冊子を1冊ずつ配布し、「対にされた問題の類似性を、問題の解き方という観点から、0〜10点の整数（0点が最低の類似で10点が最高の類似）で評定するよう」求めた。結局、各被験者は全問題対の半分だけを評定したため、44名の被験者全部で各対につき22個の評定値が得られたことになる。なお、各被験者に全問題対を評定させなかったのは、被験者の疲労を考慮したためである。所要時間は、おおよそ30分であった。

結 果

得られた類似度評定値を基に、各文章題間の類似度行列を作成し、Kruskalの非計量的多次元尺度法（MDS）によって分析をおこなった。その結果、3次元解のストレスは

0.0851となった。12種類の文章題を3次元空間上に布置した結果を Fig.1 に示す。

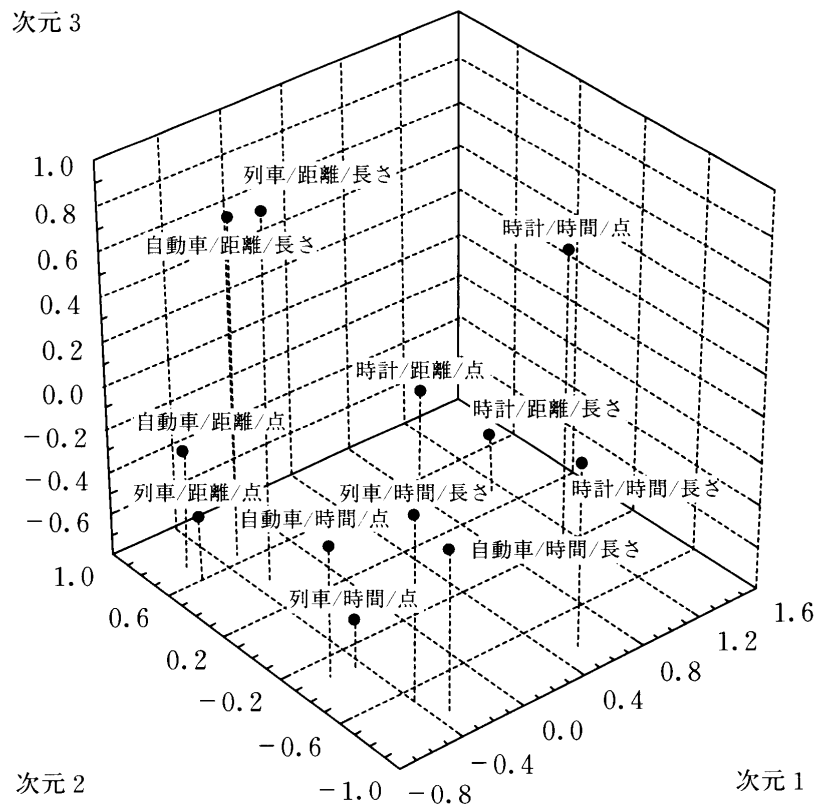


Fig.1 多次元尺度法による算数文章題の心理的類似空間

まず、第1次元をみると、列車および自動車を主題とする問題と時計を主題とする問題が明確に分離している。すなわち、第1次元は文章題の主題に対応した次元であるといえる。ただし、列車を主題とする問題と自動車を主題とする問題とは分離しておらず、乗り物とでも呼ぶべき主題の下でくくられているようである。

第2次元は、目標の操作に対応しているように思われる。すなわち、「速度差と時間と距離の関係」を基本として時間を求める必要のある問題と、距離を求める必要のある問題とに分離している様子が見てとれる。図中の「列車/距離/点」問題と「自動車/距離/点」問題は距離を求める基本式を立てる必要のある問題であるが、最終的な答は時間である。しかし、これらの問題も距離を求める基本式を立てる必要があり、最終的な答も距離である「列車/距離/長さ」問題および「自動車/距離/長さ」問題と第2次元上でほぼ同じ位置を占めることから、第2次元はあくまでも基本式との関係に対応していると考えられる。

第3次元は解釈不能であった。また、文章題作成に関係する要因のうち、変数の数に対応する次元はみいだせなかった。この要因は、問題解決のために対象物の長さを変数として導入しなければならないかどうかを決めるものであり、実際に問題を解く際にはかなり

重要な変数である。このような変数が類似性認知に反映されなかったのは、被験者が実際に問題を解かなかつたためにその重要性を過小評価したことによるのかもしれない。あるいは、第2次元をよくみると、目標と主題が共通し変数の数のみ異なる2つの問題では、必ず変数の数が多い問題が低い位置を占めている。このことは、第2次元は主として目標に対応するが、同時に変数の数をも副次的に反映していることを示すのかもしれない。

考察

類推的問題解決が生じるためには、ベース領域の検索、ベース・ターゲット領域間の写像と適用がおこなわれなければならない。そのうちベース領域の検索は、ベース・ターゲット領域間の何らかの類似性認知に基づいて生じると考えられる。本実験の結果は、その類似性認知において、被験者は文章題の主題という表面的な特徴に敏感であるだけではなく、構造を規定する特徴である目標にも敏感であることを示している。

類推的問題解決の後半部分であるベース・ターゲット領域間の写像と適用の過程は、ベース領域が検索、同定された後、実際に問題を解く過程である。実験2, 3では、ベース領域を被験者に示した後、それを利用してターゲット問題を解決するよう求めるという形式で、このベース・ターゲット領域間の写像と適用過程について検討する。ただし、本研究では、写像過程と適用過程を分離するような手続きを取っていないため、これ以降両過程を合わせてベース領域の利用過程として扱うことにする。

実験2

目的

実験1で用いた問題群を用いて、類推的問題解決過程のうちベース領域の検索以降の利用過程に、目標、主題、変数の数という実験1で検討した3つの要因がいかに関与するかを調べる。目標は、「速度差と時間と距離の関係」をどのように用いるかを規定する要因である。それゆえ、ベース・ターゲット間で目標が一致していることは、速度、時間、距離などの概念の写像、それぞれがもつ数値の写像、式の運用などといったベース領域の利用過程全般に渡って類推的問題解決を促進すると考えられる。また、主題は、表面的な特徴の類似を通して、まずベース領域の検索に関係すると考えられるが、主題が一致していれば概念や数値の写像が容易になるとも考えられるので、ベース領域の利用過程についても促進する可能性がある。文章題に含まれる変数の数は、立式に直接関係するので、ベース・ターゲット間でそれが一致していることは、類推的問題解決を促進するだろう。

方法

被験者：看護学校生および女子短期大学生、計184名（男性12名、女性172名）。平均年齢20.8歳。

材料：実験1で用いた文章題のうち、{|列車/時間/長さ|}問題をターゲット問題として、

主題が自動車と時計の8問題をベース領域として用いた。ベース領域の8問には、各々「解き方」を付け加えて「例題」とし、新たにそれら8問の数値のみを変えた「練習問題」を作成した上で、例題8問のうちの1問とそれに対応する練習問題1問、ターゲット問題を1ページごとに記載した小冊子を作成した。また、小冊子には、答のみではなく、解答に至る過程を記入する欄を設けた。

実験1の結果は、主題が列車の問題と自動車の問題はそれらと時計の問題とに比べてより類似していると認知されていることを示している。ベース領域に主題が自動車の問題と時計の問題を用い、ターゲット問題に列車の問題を用いることで、ベース・ターゲット間で主題の類似・非類似という要因を設定できるということが、このような課題設定をおこなった理由である。また、長さを変数とする場合、列車を主題とする問題が最もオーソドックスであることも、{列車/時間/長さ}問題をターゲット問題とした理由である。手続き：各被験者は、主題2×目標2×変数の数2の8条件のいずれかに割り振られた。各条件に割り振られた被験者数は、18名～26名であった。

各被験者は、小冊子1冊を受け取り、自分のペースで例題を読み、練習問題、ターゲット問題を解くよう求められた。また、小冊子の中ではターゲット問題は「応用問題」と記載され、例題、練習問題と同じような解き方で解けると教示された。

結果

ベース問題の正答率

実験2では、ベース領域として解き方を含む例題を読むだけではなく、それと数値のみが異なる練習問題の解決をおこなった。それゆえ、練習問題の解答をベース領域獲得の指標とすることができる。逆に言えば、練習問題に正答しなかった被験者は、ベース領域を十分に獲得できていない可能性があるため、ターゲット問題でのパフォーマンスを類推的問題解決の指標として用いることに問題があると考えられる。そこで、まず練習問題の正答率をみることにする。

まず、主題ごとに正答率をみると、時計を主題とする問題の正答率は41.5%、自動車を主題とする問題の正答率は68.6%となり、 χ^2 検定の結果、時計問題の正答率は有意に低かった ($\chi^2=13.649$, $df=1$, $p < 0.001$)。また、主題ごとに2×2の情報分析をおこなった結果、両主題ともに有意な差は得られなかった。すなわち、時計問題は自動車問題に比べかなり難度が高いことと、どちらの主題においても、目標と変数の数の違いは難度に影響しないことが示された。主題によってベース問題の正答率にかなりの違いがあるため、以降の分析はベース問題の主題別におこなうことにする。また、ベース領域が獲得されていることを保証するため、ベース問題に正答した被験者のみを分析の対象とする。

ターゲット問題でのパフォーマンス1—ベース領域が自動車問題の場合—

分析の対象として、ターゲット問題の正答率以外に、被験者が解答を導く過程でおこな

った記述を基に、基本式の生成と長さの処理という2つの指標を導入することにする。基本式の生成とは、「速度差と距離と時間の関係」を正しく利用して、時間または距離を求める立式をすることができたどうかを表す指標である。長さの処理とは、対象物間の距離を求める際に対象物の長さを正しく処理することができたかどうかを表す指標である。両指標とも、計算が正しいかどうかに関わらず、立式のみによって判断した。

Table 1に、条件ごとのターゲット問題の正答率、基本式を生成した被験者の率、長さを正しく処理できた被験者の率を示す。

Table 1 実験2—ターゲット問題の条件別の各パフォーマンス

ベース領域 主 題	条 件	ターゲット問題		
		正答率	基本式生成率	長さ処理率
自動車問題	目標一致・変数一致	67.6% (12/18)	88.9% (16/18)	100.0% (18/18)
	目標一致・変数不一致	18.8% (3/16)	37.5% (6/16)	31.3% (5/16)
	目標不一致・変数一致	22.2% (4/18)	44.4% (8/18)	38.9% (7/18)
	目標不一致・変数不一致	22.2% (4/18)	50.0% (9/18)	27.8% (5/18)
時計問題	目標一致・変数一致	16.7% (1/6)	50.0% (3/6)	16.7% (1/6)
	目標一致・変数不一致	22.2% (2/9)	44.4% (4/9)	22.2% (2/9)
	目標不一致・変数一致	45.5% (5/11)	63.6% (7/11)	54.4% (6/11)
	目標不一致・変数不一致	25.0% (2/8)	50.0% (4/8)	37.5% (3/8)

括弧内は (人数/母数)

2×2の情報分析の結果、ベース領域が自動車問題の場合、ターゲット問題の正答率では目標の主効果と変数の数の主効果が有意 ($\chi^2=3.842$, $df=1$, $p < 0.05$; $\chi^2=4.607$, $df=1$, $p < 0.05$)、基本式の生成率では交互作用が有意 ($\chi^2=6.899$, $df=1$, $p < 0.01$)、長さの処理では目標の主効果、変数の数の主効果、交互作用 ($\chi^2=8.406$, $df=1$, $p < 0.005$; $\chi^2=11.531$, $df=1$, $p < 0.001$; $\chi^2=11.903$, $df=1$, $p < 0.001$) が全て有意であった。

ターゲット問題の正答率では、目標と変数の数の主効果がともに有意であったが、Table 1に明らかなように、条件ごとにみると、ベース・ターゲット間で両要因がともに一致している条件のみが他より正答率が高いことが分かる。すなわち、両領域間で目標が一致しているとともに変数の数が一致している場合にのみ、ターゲット問題における類推的問題解決が促進されるといえる。

同様のことは、基本立式と長さの処理という2つの指標に関してもいえる。前者では、交互作用のみが、後者では両要因の主効果および交互作用が有意であったという違いはあるが、結局どちらの指標においてもベース・ターゲット間で目標および変数の数がともに一致している場合のみ、高いパフォーマンスが得られたといえる。

ターゲット問題でのパフォーマンス2—ベース領域が時計問題の場合—

Table 1 に示した数値を基に、 2×2 の情報分析をおこなった結果、ターゲット問題の正答率、基本式の生成率、長さの処理、いずれにおいても有意な効果は得られなかった。

考 察

実験 2 では、ベース領域の主題によって、ターゲット問題のパフォーマンスに大きな違いがみられた。

ベース領域として自動車問題を用いた条件では、目標と変数の数という両要因がターゲット問題での類推的問題解決に影響を及ぼしていた。すなわち、正答率においても、問題解決過程における重要な下位過程である基本立式と長さの処理においても、ベース・ターゲット間で目標および変数の数が一致していることが促進効果をもたらした。ただし、そうした促進効果を得るためには、目標の一致と変数の数の一致が同時に満たされている必要があった。目標という要因は、「速度差と距離と時間の関係」を用いてどのような基本式を立てる必要があるかを決定する要因である。それゆえ、基本式の生成に深く関わる要因と考えられる。一方、変数の数という要因は、問題解決のために長さという変数を考慮する必要があるかどうかを決定する要因である。それゆえ、これは長さの処理に関わる要因と考えられる。ターゲット問題の解決のためには、基本立式と長さの処理の両方に成功する必要があるため、正答率に関して、ベース・ターゲット間で目標と変数の数が同時に一致していることが促進効果を及ぼすというのは、当然の結果であろう。しかしながら、基本式の生成および長さの処理に関して、それぞれに関わる要因単独の効果が得られなかったのは、不思議なことではある。本実験において、基本式の生成や長さの処理の指標は、被験者の記述から得られた。しかしながら、被験者に解決に至る過程を記述するようには特に求めていなかったため、基本式の立式や長さの処理に関して潜在的に可能であっても、最終的な解決までの見通しを得ることができなかつたために記述をおこなわなかつた被験者が相当数存在していた可能性がある。この点に関しては、教示の改良や発話思考プロトコルを採るといった手続きによって、再検討する余地がある。

一方、ベース領域として時計問題を用いた条件では、目標の要因も変数の数の要因もともに効果を及ぼさなかつた。その理由としてまず考えられるのは、時計問題がベース領域としては難しすぎたため、十分な獲得に至らなかつたということである。例題とは単に数値のみが異なっている練習問題を半数以上の被験者が解決できなかつたことは、ベース領域獲得の困難さを示唆すると考えられる。もう 1 つの可能性として、ベース問題を解決することのできた被験者が少なすぎたために、効果を統計的に捉えることができなかつたということも考えられる。いずれにしても、時計問題をベース領域とした場合、その獲得を十分に保証する手段を用いることで、上記のような問題は解消されると考えられる。実験 3 では、その点について検討する。

実験3

目的

実験2では、ベース領域を獲得させるために、問題とその解き方を含む例題を呈示した後、例題と数値のみを変えた練習問題を解決させるという手続きを取った。しかしながらこの手続きは、比較的難度の高い時計問題では、ベース領域の獲得を十分に保証できなかった可能性がある。そこで、実験3では練習問題の代わりに例題をもう1問呈示することにより、ベース領域獲得の促進を試みる。

実験3には、上記以外にもう1つの目的がある。本研究では、問題解決のために被験者が生成しなければならない問題状態を目標と呼んでいる。実験1, 2では目標の操作により、「速度差と距離と時間の関係」に基づいてどのような基本式を立てる必要があるかが決定された。このような操作は、必然的にベース領域となる例題および練習問題の解決過程の目違をもたらすことになる。もちろん、そうした具体的な解決過程の違いそのものを要因と考えるのではなく、そうした違いをもたらす目標の方を要因と考えるというのが本研究の立場であるが、目標の操作によってはベース領域に含まれる情報の違いをより小さくすることも可能である。実験3では、基本式を変えるのではなく、ベース領域で生成することが明示的に求められる問題状態を変化させることにより目標を操作し、その要因操作がターゲット問題の類推的問題解決に及ぼす効果を検討する。具体的には、実験1, 2の「時計/時間/長さ」問題と同様、1つの対象物がもう1つの対象物に追いつく時間を求めなければならない問題と、単に対象物の長さを考慮に入れて対象物間の距離を導出することが求められる問題とを用意し、そのいずれかをベース領域として呈示した後、ターゲット問題である「列車/時間/長さ」問題の解決を求めるという手続きを取る。その際、そのままではベース領域に含まれる情報に大きな差が生じてしまうため、後者の対象物間の距離のみを求める問題においても、解き方の説明欄には追いつく時間の導出法を補足的に記載する(別表2参照)。前者の時間を求めなければならない問題とターゲット問題とは目標が一致しており、後者の距離を求める問題とターゲット問題とは目標が一致していないということになる。

方法

被験者：看護学校生99名(全員女性)。平均年齢18.6歳。

材料：ターゲット問題として、実験2と同じ「列車/時間/長さ」問題を用いる。ベース領域としては、目的のところでも述べた2種類の問題を用いる。1つは、実験1, 2で用いた「時計/時間/長さ」問題と全く同じ問題である。他方は、「時計/時間/長さ」問題とはほぼ同じであるが、その解決過程で必要とされる長さを考慮に入れた対象物間の距離の導出のみが求められ、追いつく時間の導出は求められないという点で異なっている。以後前者の問題を(ターゲット問題と)同目標問題、後者の問題を異目標問題と呼ぶ。これらの問題に解き方を付け加え、例題とする。異目標問題では、問題として求められるのは対象

物間の距離の導出であるが、同目標問題と情報量を等しくするため、解き方の欄には追いつく時間の導出法も補足的に記載してある。また、被験者に与えられる例題を2問とするため、実験2で練習問題として用いた問題を基に、各問題とも数値のみを変えた例題をもう1問ずつ作成した。

手続き：被験者は、目標一致条件または目標不一致条件にほぼ半数ずつ割り振られた。目標一致条件の被験者は同目標問題の例題2問とターゲット問題、目標不一致条件の被験者は異目標問題の例題2問とターゲット問題が記載された小冊子を与えられ、自分のペースで読み、解くよう求められた。実験2と同様、小冊子の中ではターゲット問題は「応用問題」と記載され、例題と同じ様な解き方で解けると教示された。

結果

ターゲット問題の正答率

Table 2に、条件ごとのターゲット問題正答率、基本式を生成した被験者の率、長さを正しく処理した被験者の率を示す。

Table 2 実験3—ターゲット問題の条件別の各パフォーマンス

条件	ターゲット問題		
	正答率	基本式生成率	長さ処理率
目標一致	30.6% (15/49)	87.8% (43/49)	49.0% (24/49)
目標不一致	24.0% (12/50)	72.0% (36/50)	48.0% (24/50)

括弧内は（人数／母数）

χ^2 検定の結果、ターゲット問題の正答率では、条件間に有意な差は得られなかった。また、実験3の目標一致条件と同様に「時計／時間／長さ」問題をベース領域として呈示された実験2の被験者群と、実験3の目標一致条件の被験者群とを比較しても、前者のターゲット問題正答率が23.8%、後者が30.6%であり、若干後者の方が高いものの有意差は得られなかった。すなわち、少なくともターゲット問題の完全な解決に関しては、本実験の目標操作は効果を及ぼさず、また例題2問の呈示という手続きもベース領域の獲得を充分にはもたらさなかったといえる。

基本式の生成率

ターゲット問題の解決のために必要な下位過程の1つである基本式の生成率を見ると、有意に目標一致条件の方が高かった（ $p < 0.05$ ：フィッシャーの直接法による検定）（Table 2）。目標一致条件では、ベース領域で求められる答を導出するために「速度差・距離・時間の関係」を用いて正しく基本式を立てる必要がある。一方、目標不一致条件では、ベース領域で求められる答は単に対象物間の距離であり、基本式を立てる必要はない。

こうしたベース領域の違いが、ターゲット問題での類推的問題解決における基本立式に影響を及ぼしていると考えられる。

長さの処理

基本立式とともにターゲット問題の解決のために必要な下位過程の1つである長さの処理では、条件間に有意な差は見られなかった (Table 2)。目標不一致条件のベース領域の例題は、もっぱらこの長さの処理に関する問題であるが、一方、目標一致条件においてもベース領域の例題で求められている答を生成するためには長さの処理は必要である。その意味で、ターゲット問題での長さの処理に関して、条件間に有意差が得られなかったのは不思議なことではない。そこで、もっぱら長さの処理のみをおこなった被験者数を比べるため、ターゲット問題で基本式を立てることに失敗しながら、対象物の長さについては何らかの立式化をおこなった者の数を条件間で比較すると、目標一致条件で1名、目標不一致条件で11名であり、有意な違いがあった ($\chi^2=9.255$, $df=1$, $p < 0.01$)。すなわち、ターゲット問題の解決に必要な下位過程の処理のうち長さの処理が優位である者は、目標不一致条件で有意に多かった。

考 察

実験3では、ターゲット問題の正答率に関して目標の効果は得られなかった。実験2で示されたように、時計問題をベース領域としてターゲット問題を解決することは、自動車問題をベース領域とする場合よりも困難である。その原因として、時計問題をベース領域として十分に獲得すること自体が困難であることがあげられる。実験3では、この点を考慮して解き方を含む例題を2問被験者に呈示した。しかし、実験2の同種の条件に比べて、ターゲット問題の正答率が高くならなかったことが示すように、この手続きでは依然としてベース領域を十分に獲得させることはできなかったと考えられる。このことが、目標の効果を得られなかった理由であるかもしれない。

このように、ターゲット問題の正答率では目標の効果は得られなかったが、ターゲット問題の解決の下位過程として必要な基本立式と長さの処理に関しては、目標の効果が見られた。すなわち、ターゲット問題と同様、先行する対象物に別の対象物が追いつく時間を求めるという目標を有し、基本立式と長さの処理の両方を必要とするベース領域を与えられた目標一致条件と、対象物間の距離を求めるというターゲット問題とは異なる目標を有し、長さの処理のみを必要とするベース領域を与えられた目標不一致条件を比較すると、前者は後者よりも基本式を正しく立てる被験者の率が高く、逆に後者は前者よりも長さの処理優位の被験者の率が高かった。このことは、ターゲット問題の解決のために必要な下位過程のレベルでは、ベース・ターゲット間での目標の一致不一致が効果を及ぼしていることを示している。

総合考察

本研究では、算数の文章題を題材として、類推的問題解決における目標の効果を検討した。実験1では、実際には問題を解かせずに、しかし解法の類似に注目させた上で、問題の類似性を評定させた。その評定値を多次元尺度法によって分析した結果、類似性の判断がおこなわれる主要な次元として、主題と目標という2つの次元が抽出された。主題が同じであるか、列車問題と自動車問題のように類似している場合、問題に含まれる対象物やその属性上の重なりが多くなる。こうした表面的類似性が、先行研究と同様、本実験においても問題の類似性認知に関与していた。それとともに、本実験では、基本立式という構造的特徴を規定する目標の要因が、問題の類似性の認知に関与していることが示された。実験2, 3では、ベース領域の利用可能性を教示した上で、類推的問題解決の下位過程であるベース領域の利用過程における目標の効果を調べた。

実験2では、ベース領域が自動車問題である場合と時計問題である場合とで異なった結果が得られた。ベース領域が自動車問題の場合、基本式の構造を規定する目標がベース・ターゲット間で一致すると同時に、ターゲット問題に含まれている対象物の長さという変数がベース領域にも含まれているときに、類推的問題解決が促進された。一方、ベース領域が時計問題の場合、そのような効果は見られなかった。これに関しては、ベース領域として呈示された時計問題が、被験者にとって困難な課題であったため、十分に獲得されなかったことによるという可能性が示唆された。

実験3では、時計問題をベース領域とし、その獲得を促進するために例題を増やすという手続き上の変更を実験2に加えた。また、ベース領域の問題において求められる答がターゲット問題と同じ変数であるか、ターゲット問題の解決過程の途中で求める必要のある変数であるかという形で目標を操作した。その結果、ターゲット問題の正答率に関しては目標の効果が得られなかった。これは、例題を増やすという手続きでは十分にベース領域の獲得を促すことができなかったためであると考えられた。しかし、ターゲット問題解決の下位過程である基本立式や長さの処理に関しては目標の効果が得られ、ベース領域での目標に対応する下位過程が促進された。

以上、本研究では、算数文章題の類推的問題解決において、ベース領域検索の基礎となる問題間の類似性認知と、ベース領域検索以降の利用の各々に対して、目標が影響していることが示された。

本研究のように文章題という形式で呈示される場合も含めて、数学領域における問題は、典型的な良定義 *well-defined* 問題である。そうした問題では、問題の表現やその解決過程を形式化しやすいため、数学問題の類推的解決に関する研究において、目標といった意味論的な要素はこれまであまり取り上げられてこなかった。しかし、Lave (1988) の研究にも示唆されるように、そもそもある問題が数学的に厳密な解法によって解かれるべき問題として扱われるかどうかは、解決者の目標によって決定されることであり、日常場面も含めたより大きな文脈の中で数学的問題解決を取り扱っていくには、そうした意味論的

アプローチが必要なのではないだろうか。問題解決において目標は多様なものであり（太田・山崎，1995），上で述べたようなある問題を数学的問題として扱うかどうかを決定するというレベルのもの以外にも，様々な目標が存在する。本研究で扱った目標は，解決過程で求められるべき問題状態の1つであり，数学的な立式を規定するものであった。今後更に，様々な目標が数学問題の類推的解決に果たす役割を明らかにしていく必要がある。

引用文献

- Cummins, D. D. 1992 Role of analogical reasoning in the induction of problem categories. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 18, 1103-1124.
- Duncker, K. 1945 On problem solving. *Psychological Monographs*, 58 (Whole No. 270).
- Holyoak, H. J. 1985 The pragmatics of analogical transfer. In G. H. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation* Vol. 19, 59-87. New York: Academic Press.
- Johnson-Laird, P. N. 1989 Analogy and the exercise of creativity. In S. Vosniadou & A. Ortony (Eds.), *Similarity and analogical reasoning*, 313-331. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Lave, J. 1988 *Cognition in practice*. Cambridge University Press. (1995 日常生活の認知行動 無藤隆・山下清美・中野茂・中村美代子訳 新曜社)
- Novick, L. R. 1988 Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 14, 510-520.
- Novick, L. R. & Holyoak, K. J. 1991 Mathematical problem solving by analogy. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 17, 398-415.
- 太田耕平・山崎晃男 1995 類推的問題解決における目標の役割 教育心理学研究, 43, 1-11.
- Reed, S. K. 1989 Constraints on the abstraction of solutions. *Journal of Educational Psychology*, 81, 532-540.
- Reed, S. K., Dempster, A., & Ettinger, M. 1985 *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 11, 106-125.
- Ross, B. H. 1987 This is like that: The use of earlier problems and the separation of similarity effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13, 629-639.
- 鈴木宏昭・村山功 1991 人間の学習におけるプラグマティックな表現の役割 認知科学会編 認知科学の発展 Vol. 4, 79-103. 講談社
- 山崎晃男 1992 類推による問題解決に及ぼす目標構造の同一性と写像類似性の効果 教育心理学研究, 40, 237-246.
- 山崎晃男 1995 類推による問題解決と目標-プラグマティックなアプローチの必要性-大阪大学人間科学部紀要, 21, 223-243.

別表1 実験1, 2で使用した算数文章題

|列車/時間/長さ| 問題

先行する長さ200 mで秒速21 mの急行列車の最後尾から10 km後に、長さ240 mで秒速33 mの特急列車が同方向を向いて走っています。特急列車が急行列車を追い越すのは、今から何分後でしょうか。

|列車/時間/点| 問題

秒速24 mで走る上り急行列車が駅を発車して10分後に、秒速34 mで走る上り特急列車が同駅を発車しました。急行列車の運転席と特急列車の運転席が並ぶのは、何分後でしょうか。

|列車/距離/長さ| 問題

先行する長さ134 mで秒速20 mの急行列車を、後続の長さ166 mで秒速30 mの特急列車が20分30秒で追い越しました。最初、急行列車の最後尾から特急列車までは何 km ありましたか。

|列車/距離/点| 問題

駅を先に発車した秒速22 mの上り急行列車に、秒速34 mで走る後発の特急列車が同駅発車後7分後に並びました。急行列車は、特急列車より何分早く発車したのでしょうか。

|自動車/時間/長さ| 問題

先行する自動車の後部から後続する自動車の前部まで、2093 m 離れています。先行する自動車は時速48 kmで長さが3 m、後続する自動車は時速66 kmで長さが4 mとすると、後続する自動車が先行する自動車を追い越すのに何分かかりますか。

|自動車/時間/点| 問題

時速50 kmで走る自動車が家を出発して5分たった時、もう1台の自動車が時速55 kmで追いかけてきました。後の自動車は、出発してから何分後に前の自動車を追いつくでしょうか。

|自動車/距離/長さ| 問題

先行する時速60 km、長さ2 mの自動車を、時速72 km、長さ3 mの自動車で追いかけたところ、10分で追い越すことができました。最初、先行する自動車の後部から後続する自動車の前部までは何 m 離れていたでしょうか。

|自動車/距離/点| 問題

先に家を出発した時速40 kmの自動車を、時速60 kmの自動車で追いかけたところ、30分で追いつきました。前の自動車は、後の自動車より何分早く出発したのでしょうか。

|時計/時間/長さ| 問題

短針長針とも 2° の幅をもち、その真ん中で文字盤の数字を指すようになっている時計があります。この時計で3時以降、最初に長針が短針を完全に追い抜くのは、何時何分でしょうか。

{時計／時間／点} 問題

4時から5時の間で、時計の短針と長針が重なるのは4時何分でしょうか。

{時計／距離／長さ} 問題

短針長針とも 4° の幅をもち、その真ん中で文字盤の数字を指すようになっている時計があります。この時計で、長針が短針を完全に追い抜く49分540/11秒前には、短針長針とも文字盤の数字をきっちり指していたとすれば、それは何時だったでしょうか。

{時計／距離／点} 問題

短針と長針が重なっている時計があります。その39分120/11秒前には、短針長針とも文字盤の数字をきっちり指していたとすれば、それは何時だったでしょうか。

別表2 実験3でベース領域として使用した例題の例

目標一致条件

問題

短針長針とも 2° の幅をもち、その真ん中で文字盤の数字を指すようになっている時計があります。この時計で3時以降、最初に長針が短針を完全に追い抜くのは、何時何分でしょうか。

解き方

長針が短針を完全に追い抜くということは、長針の後端が短針の前端と接する状態になるということです。3時の時点で長針の真ん中と短針の真ん中との角度差は 90° 、両針の幅は 2° ですので、長針の後端と短針の前端の角度差は

$$90(\text{度}) + 2(\text{度})/2 + 2(\text{度})/2 = 92(\text{度})$$

となり、これがつめるべき角度差ということになります。

短針は1時間に 30° 進むので、その角速度は

$$30(\text{度}) \div 3600(\text{秒}) = 1/120(\text{度/秒})$$

長針は1時間に 360° 進むので、その角速度は

$$360(\text{度}) \div 3600(\text{秒}) = 1/10(\text{度/秒})$$

です。ですから、長針は短針に1秒につき

$$1/10(\text{度}) - 1/120(\text{度}) = 11/120(\text{度})$$

追いつくことができます。

上記の角度差をつめるためには

$$92(\text{度}) \div 11/120(\text{度/秒}) = 11040/11(\text{秒})$$

かかることとなります。これを分に直すと

$$11040/11(\text{秒}) = 16(\text{分}) + 480/11(\text{秒})$$

となります。3時を基点としていますので

$$3(\text{時}) + 16(\text{分}) + 480/11(\text{秒}) = 3\text{時}16\text{分}480/11\text{秒}$$

に長針が短針を完全に追い抜くこととなります。

答え 3時16分480/11秒

 目標一致条件

 問題

短針長針とも 2° の幅をもち、その真ん中で文字盤の数字を指すようになっている時計があります。この時計で3時以降、最初に長針が短針を完全に追い抜くためには、長針は短針との角度差を何度つめなければならないでしょうか。

 解き方

長針が短針を完全に追い抜くということは、長針の後端が短針の前端と接する状態になるということです。3時の時点で長針の真ん中と短針の真ん中との角度差は90度、両針の幅は2度ですので、長針の後端と短針の前端の角度差は

$$90(\text{度}) + 2(\text{度})/2 + 2(\text{度})/2 = 92(\text{度})$$

となり、これがつめるべき角度差ということになります。

答え 92度

ちなみに、短針は1時間に30度進むので、その角速度は

$$30(\text{度}) \div 3600(\text{秒}) = 1/120(\text{度/秒})$$

長針は1時間に360度すすむので、その角速度は

$$360(\text{度}) \div 3600(\text{秒}) = 1/10(\text{度/秒})$$

です。ですから、長針は短針に1秒につき

$$1/10(\text{度}) - 1/120(\text{度}) = 11/120(\text{度})$$

追いつくことができます。

上記の角度差をつめるためには

$$92(\text{度}) \div 11/120(\text{度/秒}) = 11040/11(\text{秒})$$

かかることとなります。これを分に直すと

$$11040/11(\text{秒})16(\text{分}) + 480/11(\text{秒})$$

となります。3時を基点としていますので

$$3(\text{時}) + 16(\text{分}) + 480/11(\text{秒}) = 3\text{時}16\text{分}480/11\text{秒}$$

に長針が短針を完全に追い抜くこととなります。
