

Order When I Lead the Formula of a Triangular Area and the Area of the Parallelogram and Method to Use

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-02-13 キーワード (Ja): キーワード (En): Request of the polygonal area, Right angled triangle, Triangle, Parallelogram, Systematics of the instruction, relation of the domain 作成者: TAMURA, Hisashi メールアドレス: 所属:
URL	https://osaka-shoin.repo.nii.ac.jp/records/4105

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



三角形、平行四辺形の求積公式を導く際の順序と用いる方法

児童学部 児童学科 田村 壽

要旨：本論文は、小学校算数科における三角形と平行四辺形の求積の指導順序についての提案を示したものである。最初に、学習指導要領や教科書などを基にして、三角形と四角形の求積の指導順序の実情を示す。次に、三角形と四角形の求積の指導内容と図形の指導内容とを示す。最後に、指導の系統性や領域の関連性を考慮した場合、直角三角形、三角形の次に平行四辺形の順序とするほうが良いことを数学的な考え方を育成する立場で提案する。

キーワード：多角形の求積、直角三角形、三角形、平行四辺形、指導の系統性、領域の関連性

1 はじめに

平成20年版学習指導要領解説では、多角形の求積の指導順序は、正方形と長方形が第4学年で行われ、三角形、平行四辺形、台形、ひし形は第5学年で行われている¹⁾。第5学年で行われている三角形と平行四辺形の求積の指導順序については、様々な議論が行われおり、辻宏子(2009)は、三角形、平行四辺形の求積公式を導く際の順序と用いる方法について考察する必要があると述べている²⁾。

ここでは、三角形と平行四辺形の指導順序についての実情及び求積の指導と図形の指導との関連を明らかにし、まず、直角三角形と三角形、次に平行四辺形の求積の順序で指導することを提案する。

2 三角形と平行四辺形の求積指導順序の実情

2-1 小学校学習指導要領解説算数編による順序

学習指導要領解説算数編の第5学年の内容、B(1)図形の面積には、「図形の面積を計算によって求めることができるようにする」とあり、「ア 三角形、平行四辺形、ひし形及び台形の面積の求め方を考えること」とある。さらに、「第5学年では、直線で囲まれた基本的な図形について、必要な部分の長さを測り、既習の長方形や正方形などの面積の求め方に帰着させ計算によって求めたり、新しい公式を作り出し、それを用いて求めたりすることができるようにすることを主なねらいとしている。そこで、既習の考えや経験をもとに面積の求め方を考えたり、公式をつくったりする過程を重視することが大切である」とある。次の「ア 三角形や平行四辺形、ひし形及び台形の面積の

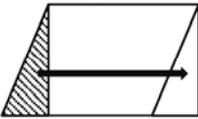
求め方」には、「三角形や平行四辺形、及び台形の面積の求め方を、既習の求積可能な図形の面積の求め方を基に考えたり、説明したり、公式を作り出したりすることや、その過程で筋道を立てて考える力の育成を図ることが大切なねらいとなる」とあり、次のような例を出している³⁾。

① 図形の一部を移動して、既習の図形に等積変形する考え

② 既習の図形の一部の半分の面積であるとみる考え

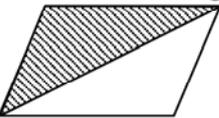
③ 既習の図形に分割する考え

①の例

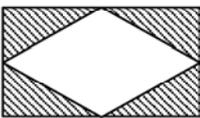


平行四辺形を長方形に等積変形する

②の例



三角形を平行四辺形の半分でみる



ひし形を長方形の半分でみる

③の例



台形を二つの三角形に分ける

この例は、初めに平行四辺形の求積を長方形に変形する方法を示し、続いて三角形の求積を平行四辺形の面積をもとにして求めている。つまり、三角形と平行

四辺形の求積の順序については特に示されていないが、例からは平行四辺形の求積の次に三角形の求積という順序になっている。

2-2 教科書の指導の順序

現在使われている教科書6社のうち、5社が平行四辺形から三角形の求積へという順序であり、1社が三角形から平行四辺形の求積という順序である⁴⁾。

2-3 算数教育指導用語辞典等での指導の順序

日本数学教育学会編著の算数教育指導用語辞典（第4版）（2005）には、第5学年では「平行四辺形、三角形、ひし形、台形、多角形などの基本図形を取り上げる」とあり、平行四辺形の求積の次に三角形の面積が示されている⁵⁾。また、片桐重雄（2005）は、『新版数学的な考え方とその指導第2巻「指導内容の体系化と評価」』の中で、面積・体積の公式について「平行四辺形の求積について」の次に「三角形の面積について」と記載している⁶⁾。

以上のことから、小学校学習指導要領解説算数編には、三角形と平行四辺形の求積の順序は記載されていないが、指導における例からは平行四辺形の求積から三角形求積という順序であると読み取れる。その他、多くの教科書、算数教育指導用語辞典などの書籍には、平行四辺形の求積から三角形の求積という指導順序で示されている。

3 三角形と平行四辺形の求積方法

三角形と四角形の求積方法は、すでに学習した正方形や長方形の求積の公式を活用するのが基本であり、その方法は3つある。一つ目は、図形の一部を移動して既習の図形に「等積変形する考え」である。二つ目は、既習の図形の一部の半分の面積であるとみる考えである。この方法は、求める図形を二つ合わせて既習の図形に変形し求める面積の2倍になることから、「倍積変形する考え」といわれている。三つ目は、既習の図形に「分割する考え」である。

この三つの考えをもとに、三角形と平行四辺形の面積を長方形の求積公式を活用する求め方を示す。

3-1 三角形の求積方法

三角形の求積方法は、等積変形、倍積変形と分割の三つの考えがある。その方法とそこで使われる求積方法を示す。

①等積変形する考え

この考えには二つの方法がある。一つ目は、図3-1.1のように、三角形の左右の一部分を切り取り、上部に移動させて長方形を作る方法である。もう一つ

は、図3-1.2のように、三角形の上部の一部分を切り取り、下部の左右に移動させて長方形を作る方法である。

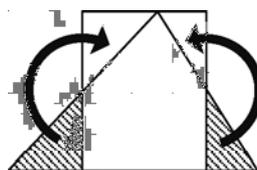


図 3-1.1



図 3-1.2

②倍積変形する考え

三角形を倍積変形する方法は図形の見方に工夫が必要である。図3-1.3のように、三角形を一つの頂点から向かいにある辺に垂線を引いて分割し、できたそれぞれの直角三角形を二つ合わせて長方形にするという倍積変形する考えである。

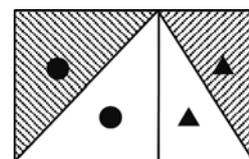


図 3-1.3

③分割する考え

図3-1.4のように、三角形を二つの直角三角形に分割して面積を求める方法である。この方法はすでに直角三角形の求積を学習していることを前提にしたものである。

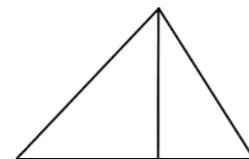


図 3-1.4

ここで移動したり分割したりした図形は直角三角形であることに注目したい。正方形や長方形に変形するためには図形の頂点が直角になる必要であり、移動させる図形は直角がなければならないのである。

3-2 平行四辺形の求積方法

平行四辺形の求積方法は、等積変形の考えだけであり、その方法は二つある。一つ目は、学習指導要領に示された例の①の方法である。つまり、平行四辺形の左の一部分を右に平行移動して長方形を作る方法である。ここでも移動する図形は直角三角形である。また、図3-2.1のように直角三角形ではなく上下2組の頂点が直角である台形を移動させてる方法もある。しかし、これは、直角三角形と長方形でできた台形を考えると直角三角形を移動したのと同じと考えられる。



図 3-2.1

もう一つは、図3-2.2のように、平行四辺形の左

右の一部を移動させる方法である。

ここでも移動した図形は直角三角形であることを注目したい。

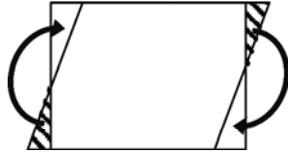


図 3-2.2

4 三角形の求積から平行四辺形の求積へ

4-1 平面図形の指導順序

表 4-1 は、学習指導要領に示された「C 図形」の内容の概観をもとに平面図形の指導順序を示したものである⁷⁾。この表から、三角形、四角形と正方形、長方形と直角三角形は第 2 学年で学習し、平行四辺形、ひし形、台形は第 4 学年で学習することになっている。

表 4-1 平面図形の内容の概観

学年	図形についての理解
第 1 学年	・身の回りにあるものの形
第 2 学年	・三角形、四角形 ・正方形、長方形、直角三角形
第 3 学年	・二等辺三角形、正三角形 ・円、球
第 4 学年	・平行四辺形、ひし形、台形
第 5 学年	・多角形や正多角形

学習指導要領によれば、第 2 学年で学習する図形の内容は、「物の形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする」とあり、「ア 三角形、四角形について知ること。イ 正方形、長方形、直角三角形について知ること」とある。まず、三角形が 3 本の直線で囲まれている形であること、四角形が 4 本の直線で囲まれていることを学習する。次に、直角を学習し、正方形が四つの辺の長さが等しく四つの角が直角である四角形、長方形が四つの角が直角である四角形であることを学習する。そして、直角三角形を、正方形や長方形を対角線で分けてできる三角形であると示されている。つまり、図形における指導は、一般的な三角形と四角形から正方形と長方形を経て直角三角形へと順序になっている⁸⁾。

また、他の四角形の指導順序は、第 4 学年で、向かい合った二組の辺が平行な四角形である平行四辺形、四つの辺の長さが等しい四角形であるひし形、向かい合った一組の辺が平行な四角形である台形と、平行四辺形、ひし形、台形の順に示されている⁹⁾。

4-2 直角三角形の概念と求積方法

学習指導要領において、第 2 学年で行う図形の指導

では、正方形、長方形、直角三角形をかいたり作ったり、それらで平面を敷き詰めたりする算数的な活動が記載されている。その中には、図 4-2-1 のような図が載せられており、「直角三角形を正方形や長方形を対角線で二つに分けることによって作ったり、同じ大きさの直角三角形で長方形や大きな直角三角形を作ったりできること」とある⁸⁾。

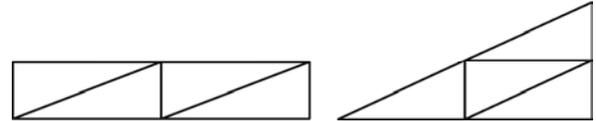


図 4-2-1

図 4-2-1 からは、直角三角形を二つ合わせると長方形になること、直角三角形は高さが半分の方長方形に変形できることが認識できるだろう。

上記に示したの学習活動の体験と直角三角形の求積方法との関係につながっている。

①等積変形する考え

図 4-2-2 のように直角三角形の上部を左側に移動させて長方形にする方法、図 4-2-3 のように直角三角形の左側を上部に移動させる方法がある。

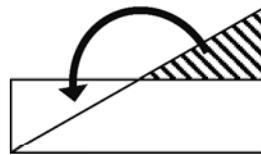


図 4-2-2

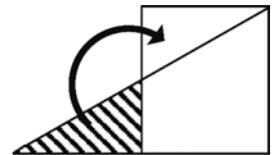


図 4-2-3

②倍積変形する考え

図 4-2-4 のように、直角三角形を二つ合わせて長方形を作る方法である。

①、②の考えには、第 2 学年で学習した「直角三角形を正方形や長方形を対角線で二つに分けることによって作ったり、同じ大きさの直角三角形で長方形や大きな直角三角形を作ったりできること」が活かされている。つまり、第 2 学年での図形の学習が求積の学習に活かされていることになる。

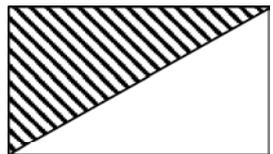


図 4-2-4

4-3 多角形等の求積方法

求積公式を導く視点で考えると、台形やひし形の求積方法は、三角形や平行四辺形の求積公式を活用した、分割する考え、等積変形する考え、倍積変形する考えの三つの方法がある。

求積公式を導くという視点で考えると、台形については、分割する考えとして、学習指導要領に示された

例の③の方法がある。つまり、台形を二つの三角形に分割するのである。等積変形する考えとして、台形の上部半分を回転移動させて平行四辺形を作る方法がある。倍積変形する考えとして、台形を二つにして平行四辺形を作る方法がある。ひし形については、分割する考えとして、縦もしくは横に二等分して三角形に分割する方法がある。等積変形する考えとして、ひし形を対角線で四つに分けて、下部にある三角形を上部に移動させて長方形を作る方法がある。倍積変形する考えとして、学習指導要領に示された例の②のように周りを長方形で囲む方法がある。

上記の四角形は、すべて三角形に分割する考えが使われている。図4-3-2のように、一般的な多角形の求積方法は、三角形に分割してそれぞれの三角形の底辺と高さを測定して求める。

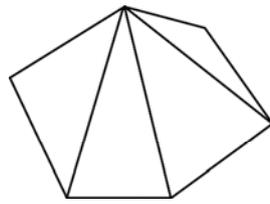


図4-3-2

この方法は、第6学年で学習する円の面積においても使われる。さらに、第5学年で学習する多角形の内角の和を求める方法も、図4-3-1のように三角形に分割し、内角の和が 180° である三角形の個数を利用して求める。つまり、図形を三角形に分割する方法は一般化できる考えである。

4-4 直角三角形、三角形から平行四辺形の求積へ

第5学年の児童にとって、平行四辺形から長方形をイメージすることや、一部の図形を移動する等積変形する考え方は容易と考えられる。また、一見すると三角形から長方形をイメージしたり、倍積変形や分割する考えを使ったりすることは児童にとって難しいと考えることはできる。しかし、求積は、図形の意味や性質、敷き詰めなど算数的活動を体験して得た考え方を活用して行われるものである。図形の指導順序からすると、直角三角形は長方形や正方形の半分できた図形であることを学習し、直角三角形を敷き詰めることで長方形や正方形、直角三角形、三角形を作る活動を通して理解を深めている。つまり、直角三角形から長方形や一般的な三角形をイメージすることは容易と考えられる。また、三角形の求積方法は、等積変形する、変形する、分割するといった三つの考え方ができる。それらの考え方にはすべて直角三角形を活用している。また、三角形の求積方法は、平行四辺形、台形、ひし形の求積方法を包括したものである。さらに、三角形に分割する方法は、一般多角形や円の求積、多角形の内角の和の求め方にもつながっている。

これらのことから、「量と測定」と「図形」それぞれの領域の指導の順序と二つの領域の関連とを考慮すると、直角三角形から三角形を経て平行四辺形の求積の指導を行うことが児童にとって求積のみならず算数の内容の関連が理解しやすくなると考える。

5 おわりに

算数の指導においては、まず問題を提示し、問題を理解させ、見直しをもち自力解決し、集団解決、振り返りといった問題解決型の授業が行われている。その過程で既習内容を活用して考えるといった数学的な考え方が育成していくことが大切である。

その既習内容を活用する場合、指導の系統性が必要であるといわれている。その系統性とは、同じ領域の内容であったり各領域の関連であったりする。三角形や四角形の求積の指導において、与えられた図形の面積だけにとらわれず、既習の図形の内容や考え方、学習活動を考慮し、さらには、一般化した図形の求積や角度を求めるといった他の単元の内容と関連させる指導により、数学的な考え方が育成されるだけでなく、問題の内容の奥に秘められた数学的なつながりやその美しさに触れることによって、算数をより面白いと感じることができると考える。

参考文献

- 1) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省 (教育出版) pp. 36-37
- 2) 辻宏子 (2009) 「新編算数科教育研究」算数科教育研究会編 (学芸図書株式会社) p. 90
- 3) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省 (教育出版) p. 149
- 4) 新編新しい算数5下 東京書籍株式会社 pp. 32-44
小学算数5年下 日本文教出版株式会社 pp. 4-16
みんなと学ぶ小学校算数5年 学校図書株式会社 pp. 178-190
新版たのしい算数5 大日本図書株式会社 pp. 170-180
小学算数5 教育出版株式会社 pp. 182-192
わくわく算数5 株式会社新興出版社啓林館 pp. 118-127
- 5) 算数教育指導用語辞典 日本数学教育学会 編著 (教育出版) p. 288
- 6) 『新版数学的な考え方とその指導第2巻「指導内容の体系化と評価」』(2005) pp. 148-150

7) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省
(教育出版) pp. 40-41

8) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省
(教育出版) pp. 80-81

9) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省
(教育出版) p. 130

10) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省
(教育出版) pp. 81-82

Order When I Lead the Formula of a Triangular Area and the Area of the Parallelogram and Method to Use

Faculty of Child Sciences, Department of Child Science
Hisashi TAMURA

Abstract

This paper showed suggestion about the order of the requests of a triangular area and the area of the parallelogram in the elementary school arithmetic. At first, I show order of the instruction of the requests of a triangular area and the quadrangular area from a course of study or a textbook. Then, I speak instruction contents about the method of a triangular area and the quadrangular area and the instruction contents of the figure. Finally I show what you should teach the method of the area of the parallelogram to next to a right-angled triangle, a triangle when I think about the relation of the systematics of instruction contents of the method of the area and it and the instruction contents of the figure.

Keywords: Request of the polygonal area, Right-angled triangle, Triangle, Parallelogram, Systematics of the instruction, relation of the domain